



Koeno Gravemeijer over toekomstgericht reken-wiskundeonderwijs:

'We moeten het accent verschuiven van vaardigheden die met computers concurreren, naar vaardigheden die computers complementeren'

Er ontstaat een steeds grotere kloof tussen wat het reken-wiskundeonderwijs biedt en wat de maatschappij vraagt. Hoewel de rol van rekenen-wiskunde in de maatschappij door computerisering en informatisering in hoog tempo verandert en steeds meer taken door computers worden overgenomen, werken deze veranderingen nauwelijks door in het reken-wiskundeonderwijs. De vraag hoe het reken-wiskundeonderwijs zou moeten worden aangepast om de leerlingen van nu adequaat voor te bereiden op onze hoogtechnologische maatschappij, staat al jaren op de agenda van de werkgroep Wiskunde voor Morgen (WvM) - een gezamenlijke werkgroep van de Nederlandse Vereniging voor de Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO) en van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (NVvW). De werkgroep beperkt zich daarbij niet tot het denken over reken-wiskundedoelen, maar probeert ook de discussie daarover aan te zwengelen. Hiervoor publiceerde de werkgroep onlangs de notitie *Toekomstgericht reken-wiskundeonderwijs* die zich richt op het funderend onderwijs (po, vmbo en onderbouw havo/vwo). In dit interview enkele vragen aan Koeno Gravemeijer, voorzitter van de werkgroep Wiskunde voor Morgen.

Tekst: Melanie Modderman

Waarom richt de werkgroep zich vooral op het funderend onderwijs (po, vmbo en onderbouw havo/vwo)?

'De wereld verandert in hoog tempo. Elke twee jaar verdubbelt de capaciteit van computerchips. Daardoor komt er steeds meer computerkracht beschikbaar, die vertaalt zich in steeds verdergaande computerisering en automatisering. Daardoor verdwijnen steeds meer banen. Dit betreft met name banen op het middenniveau van de arbeidsmarkt. Daarmee komt de werkgelegenheid in gevaar voor leerlingen

voor wie het funderend onderwijs het eindniveau is. Bovendien geldt uiteraard dat in het funderend onderwijs de basis wordt gelegd voor vervolgonderwijs.'

Inzicht in het rekenen is gezien de recente ontwikkelingen belangrijk. Denk je dat leerlingen al toe zijn aan deze verschuiving, zodat ze leren begrijpen en grip krijgen op betekenissen, toepassingen en relaties?

'Inzicht wordt inderdaad steeds belangrijker. Wanneer we ervan uitgaan dat we leerlingen moeten voorbereiden op een

wereld waarin computers het rekenwerk doen, moet het accent verschuiven van vaardigheden die met computers concurreren, naar vaardigheden die computers complementeren. Bij dit complementeren hoort, naast model-len, ook het begrijpen van wat de computer - inhoudelijk gezien - doet. In de notitie geven we aan dat begrijpen inhoudt dat je iets op verschillende manieren kunt bekijken, er flexibel mee om kunt gaan en dat je verbanden ziet en kunt gebruiken. Begrijpen vraagt dus kennis van allerlei relaties. Relaties

tussen getallen en contexten, tussen getallen onderling en tussen verschillende soorten getallen (zoals bijvoorbeeld tussen breuken, kommagetallen, procenten en verhoudingen). Zo'n breed netwerk van relaties stelt leerlingen in staat om flexibel en inzichtelijk te rekenen. Wat ik hier zou willen benadrukken is dat begrijpen, zo beschouwd, niet iets wonderbaarlijks is dat alleen voor getalenteerde leerlingen is weggelegd. Het is een kwestie van investeren in het ontwikkelen van allerlei getal- en rekenrelaties en daar flexibel mee leren omgaan. Dit vraagt een andere onderwijsbenadering, waarbij het ontwikkelen van relatienetten en flexibiliteit voorrang krijgt boven het leren van procedures. Maar die verandering hoeft, zoals gezegd, niet van de ene op de andere dag gerealiseerd te worden. En daar zal ook ontwikkelwerk voor nodig zijn.'

Wanneer denk je dat doorgaande leerlijnen op dit verkrijgen van inzicht zullen gaan inspelen?

'Het probleem van meer formele, abstracte, reken-wiskundige kennis is dat deze voor veel leerlingen volledig losstaat van hun persoonlijke werkelijkheid. Inzicht veronderstelt nu juist verbindingen en relaties. Dit kun je bereiken door formele inzichten voort te laten komen uit de meer informele, contextgebonden zaken waar de leerlingen al vertrouwd mee zijn. Om de overgang van informeel naar formeel te realiseren, zijn specifieke, op inzicht gerichte leerlijnen nodig. Waarmee je twee met elkaar samenhangende ontwikkelingen probeert te realiseren: die van contextgebonden naar contextloos en die van concreet handelen naar een meer formeel niveau van redeneren. In beide gevallen vormt het ontwikkelen van netwerken van getalrelaties (en

meer algemeen van reken-wiskundige relaties) de motor van het leerproces. In de notitie gebruiken we de breuken als voorbeeld. Bij breuken gaat het in het eerste geval om een overgang van benoemde breuken naar onbenoemde breuken. In eerste instantie zijn breuken verbonden met concrete objecten en maten ($\frac{3}{4}$ pizza, $\frac{3}{4}$ meter). Wanneer de leerlingen steeds meer getalrelaties rond bepaalde breuken ontwikkelen, gaan die breuken hun betekenis ontleenen aan die getalrelaties. Het getal $\frac{3}{4}$ bijvoorbeeld ontleent zijn betekenis dan aan relaties als $\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$; $\frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}$; $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; $2 \times \frac{3}{4} = 1 \frac{1}{2}$ etc. en kan daardoor functioneren als onbenoemd getal. In het tweede geval ligt de basis in het proces van het maken van breuken; $\frac{3}{4}$, bijvoorbeeld, wordt geassocieerd met 'eerst in vier delen, dan drie partjes nemen'. Door veel met breuken te werken worden bovengenoemde relaties ontwikkeld en krijgt de breuk geleidelijk het karakter van een op zichzelf staand getal. We spreken hier wel van een overgang van proces naar object. Het rekenen krijgt dan het karakter van het redeneren met getalrelaties. Van belang is wel dat de band met de oorspronkelijke betekenissen blijft bestaan. Dan ontstaat een rijk en flexibel breukbegrip.'

Hoe ga je dan om met parate kennis, want dat blijft toch een zeer belangrijk onderdeel?

'De vorming van getalrelaties gaat over het ontwikkelen van parate kennis. Het startpunt ligt dan bij het kennen van eenvoudige rekenfeiten, zoals de basisautomatismen voor optellen en aftrekken, de tafels en de relaties tussen eenvoudige breuken en de relaties met de daaraan gerelateerde kommagetallen, procenten en verhoudingen. Geleidelijk worden deze netwerken uitgebreid met andere getallen en tegelijkertijd wordt ook gewerkt aan het flexibel gebruiken van deze getalrelaties. Dit flexibel gebruik is vooral van belang voor het globaal controleren door computers uitgevoerde berekeningen. Uiteraard zullen de netwerken die leerlingen ontwikkelen verschillen. Maar ook een beperkt repertoire aan parate kennis kan al een krachtig hulpmiddel zijn bij globaal rekenen.'

(Lees verder op de volgende pagina.)



We zijn al jaren bezig met de 21st century skills in het onderwijs. Daarin staat dat er aandacht besteed moet worden aan het in taal beschrijven van reken-wiskundige begrippen, beweringen, uitkomsten en representaties. Hoe ziet de werkgroep deze ontwikkeling? Vooral voor leerlingen die moeite hebben met taal?

'Ik zou het willen omdraaien; leerlingen die moeite hebben met taal moeten daar niet minder mee bezig zijn maar meer. In onze hoogtechnologische maatschappij heb je veel taal nodig. Op de werkvloer moet je in staat zijn om aan collega's en klanten uit te leggen wat de apparaten waar je mee werkt doen. Daarvoor heb je reken-wiskundige vaktaal nodig. Die heb je ook als burger nodig om je te redden in een maatschappij waar kwantitatieve informatie een grote rol speelt. Tenslotte heb je taal ook nodig voor het begrijpen van rekenen-wiskunde. Denk aan begrippen als 'verhouding' of 'verschil', maar ook aan uitdrukkingen als 'afroden op twee decimalen'.'

We horen veelal termen als 'algoritmiseren' en 'computational thinking'. Hoe kunnen we hier nu al rekening mee houden in de klas of tijdens begeleiding?

'Wanneer je een reeks vergelijkbare berekeningen moet uitvoeren, wordt het de moeite waard om te proberen de oplossing(en) te vangen in een reeks van stappen die steeds herhaald kan

**'In school the professor formulates the problem and you solve it - you hope.
In industry, you formulate the problem and the software solves it - you hope'**

(Bron: Stephen Keeler, hoofd van de 'Applied Mathematics Group' van Boeing)

worden. Dit is uiteraard vooral nuttig als je beschikt over een computer die je deze reeks van stappen (dit algoritme) kan laten uitvoeren. Het zoeken naar gemeenschappelijke elementen in een serie berekeningen en het formuleren van zo'n reeks van stappen noemen we algoritmiseren. Leerlingen kunnen daar, aan de hand van goed gekozen opgaven, ervaring mee opdoen. Extra interessant wordt het als de mogelijkheid zich voordoet om een in eerste instantie omslachtige reeks van stappen via een reeks verbeterlagen tot een beknopt, efficiënt, algoritme te verkorten. Het algoritmiseren overigens is niet specifiek gebonden aan de computer. In feite is algoritmiseren een kenmerk van rekenen en wiskunde. In de geschiedenis van rekenen en wiskunde zie je het streven om steeds meer met steeds minder te doen, door oplossingsmethoden te verkorten en te veralgemeniseren. De bekende standaardprocedures voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen

zijn daar het resultaat van. Ook voor computational thinking geldt dat de leerlingen ervaring moeten opdoen met goed gekozen problemen, waarbij expliciet gevraagd wordt om te bedenken hoe je de computer kunt inzetten om het probleem op te lossen. Dit betekent dat de leerlingen ook zicht moeten hebben op wat je aan computers kunt overlaten en wat voor een structuur een computerprogramma kan hebben. Hierbij is dus een zekere overlap met informatica.'

Dit geldt ook voor ontwerpsoftware als CAD/CAM en in relatie tot 3D-printing en 3D-toepassingen en robotisering. Hoe wordt daar op dit niveau in het onderwijs al rekening mee gehouden?

'Enerzijds gaat het hier om ruimtelijke oriëntatie en het redeneren over driedimensionale situaties, anderzijds gaat het om een specifieke invulling die te maken heeft met het gebruik van computers. Het eerste zit al tot op zekere hoogte in de onderwijsprogramma's. Voor het tweede zullen specifieke leergangen en activiteiten moeten worden ontwikkeld. Het gaat dan vooral om een getalsmatige beschrijving van objecten, posities en bewegingen in een driedimensionale ruimte met een of ander coördinatenstelsel. Beschrijvingen met behulp van coördinaten moeten bovendien worden gekoppeld aan een mentale voorstelling. Dit heb je bijvoorbeeld nodig voor het aansturen van een 3D-printer of het besturen van een robotarm. Ik vermoed dat computersimulaties hier een ondersteunende rol kunnen vervullen.'

Ga voor meer informatie naar www.rekenenwiskunde21.nl/toekomst

